

对称循环高斯干扰信道下的速率分裂方案及其可达和速率

张博^{1,2}, 李勇^{1,3}, 白宝明¹, 马啸⁴

(1. 西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室, 陕西 西安 710071; 2. 96401 部队, 陕西 宝鸡 721000;
3. 山西大同大学 教育科学与技术学院, 山西 大同 037009; 4. 中山大学 信息科学与技术学院, 广东 广州 510275)

摘要: 通过分析 Han-Kobayashi (HK)策略在 N 用户对称循环高斯干扰信道中的应用, 提出了一种自适应奇偶对称速率分裂方案。该方案针对不同的信道条件设计出相应的速率分裂方案及最优分裂系数, 在简化了计算复杂度的同时, 使系统和速率趋近 HK 和速率内界。最后, 分别在高信噪比和一般信噪比环境下进行仿真发现, 自适应奇偶对称速率分裂方案的和速率在很大范围内明显大于对称速率分裂方案和 Tse 等人提出的速率分裂方案的和速率, 且在一般信噪比下能够逼近 HK 和速率内界。

关键词: 对称循环高斯干扰信道; HK 策略; 可达和速率; 速率分裂

中图分类号: TN911.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)06-0114-08

Rate-splitting scheme and its achievable sum-rate for the symmetric cyclic Gaussian interference channel

ZHANG Bo^{1,2}, LI Yong^{1,3}, BAI Bao-ming¹, MA Xiao⁴

(1. State Key Lab. of ISN, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. No. 96401 Troop, Baoji 721000, China;
3. College of Education Science & Technology, Shanxi Datong University, Datong 037009, China;
4. School of Information Science & Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: By analyzing the performance of Han-Kobayashi (HK) strategy in the N -user cyclic Gaussian symmetric interference channel, an adaptive odd-even symmetric rate-splitting scheme was proposed to reduce the complexity and increase the sum-rate to the inner bound of HK, which contains various schemes based on rate-splitting and optimal split ratio. Numerical simulation results of symmetric scheme in the high SNR and the general SNR regimes indicate that, in wide range of transmitted power and interference factor, the sum-rate achieved using adaptive rate-splitting scheme is higher than that achieved using the scheme proposed by Tse et al., and approaches the inner bound of HK scheme in the general SNR regimes.

Key words: symmetric cyclic Gaussian interference channel; HK scheme; achievable sum-rate; rate-splitting

1 引言

追求更高传输速率和更高频谱效率是无线通信领域一个永恒的话题。随着多媒体业务、因特网服务和电子商务在无线通信领域的广泛应用, 如何实现和支撑更高速率、更高带宽的无线传输, 如何改善网络覆盖性能等问题日益重要, 这些问题的根

本在于如何提高网络信息容量。从原理上来说, 提高网络信息容量, 一方面需要增加网络的覆盖, 提高信息的传输速率, 另一方面用户密度的增加要求能有效解决小区内或小区间的干扰问题。近年来, MIMO 技术、空时编码技术、机会调度、现代信道编码 (Turbo 码、LDPC 码和 Rateless 码) 等技术的出现, 使得信道衰落和信道加性噪声对通信系统造

收稿日期: 2012-05-03; 修回日期: 2012-12-25

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (“973” 计划) 基金资助项目 (2012CB316100); 国家自然科学基金资助项目 (60972046); 国家科技重大专项基金资助项目(2010ZX03003-003); 通信网信息传输与分发技术重点实验室开放课题基金资助项目 (ITD-U1007)

Foundation Items: The National Basic Research Program of China (973 Program)(2012CB316100); The National Natural Science Foundation of China (60972046); The National S&T Major Project of China (2010ZX03003-003); The Foundation of the Science and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks Laboratory (ITD-U1007)

成的影响越来越小。同时，中继协作技术的出现解决了信号的传播距离问题，在提高网络覆盖性能的同时加剧了小区内、小区间和网络间的干扰。因此，干扰日益成为制约提升通信系统性能的瓶颈，如何消除干扰带来的影响将成为无线通信网络的研究重点，同时用来描述用户之间干扰的干扰信道模型也成为一类研究的热点模型，在 2011 年 IEEE Transactions on Information Theory 的一辑专刊中专门研究讨论了该模型的相关问题^[1]。

总体来看，近几年两用户干扰信道容量限的研究取得了一些进展。1975 年，Carleial 证明了强干扰下的高斯干扰信道容量限不受干扰影响^[2]。之后，Costa、Sato 和 Han 等人将其结果推广到一般的离散强干扰信道^[3-5]。2009 年，Motahari 和 Shang 等人分别证明了在低干扰强度和低发射功率下，将干扰当作噪声处理的方法能够达到高斯干扰信道的容量限^[6,7]。然而，至今为止，两用户高斯弱干扰信道的容量限仍然没有完全确定。目前，两用户高斯弱干扰信道的最佳可达速率区域是由 Han 和 Kobayashi 于 1981 年基于速率分裂技术，同时采用叠加编码和联合译码策略（简称为 HK 策略）而获得的，称为 HK 内界^[5]。其核心思想是将每个用户发送的信息分裂为私有信息（只有相对应的用户接收端能够译出）和公有信息（能够被所有用户译出）2 部分。2008 年，Tse 等人证明了采用一种特殊情况下的简单 HK 策略（将私有信息的功率置为噪声功率大小，简称 ETW 速率分裂方案）获得的对称高斯干扰信道可达速率区域在高信噪比下距离信道容量不超过 1 bit^[8]（简称 ETW 方法）。2010 年，Mehanna 等人分析了 HK 策略在两用户对称干扰信道下的性能^[9]，并发现非对称速率分裂方案比对称速率分裂方案能够更有效地提高两用户对称干扰信道的和速率。

由于多用户循环干扰信道具有两用户干扰信道的特点，即每个用户的接收端只受到同一个方向上的一个相邻用户发射端的干扰，所以适用于两用户干扰信道的 HK 策略能够被推广到多用户循环干扰信道中^[10]。Zhou 等人采用 ETW 方法证明了 N 用户循环高斯对称干扰信道在弱干扰情况下的容量距离简单 HK 可达速率区域不超过 2 bit^[10,11]。以上的研究假定各用户采用相同的分裂系数，虽然大大简化了 HK 的计算复杂度，但无法获得 HK 策略在多用户循环干扰信道下的最佳可达速率区域。同

时，由于 HK 策略本身是通过遍历各用户的分裂系数来寻找最大和速率，其计算复杂度随着用户数量的增加而增长，当总用户数量增多时，通过 HK 策略研究该信道的最佳速率区域也越加困难。因此，有必要针对多用户干扰信道提出一种最优速率分裂方案，在有效简化可达速率计算复杂度的同时逼近 HK 策略所能达到的最佳和速率。

本文通过分析 HK 策略在 N 用户对称循环高斯弱干扰信道中的应用，提出了一种适用于该信道的自适应奇偶对称速率分裂方案，即针对不同的干扰系数、总用户数量的奇偶性和发射功率分别采用相应的奇偶对称速率分裂方法及最优的分裂系数。该方案能够直接通过信道参数得到最优的分裂系数，即公有信息与私有信息占总信息量的比例，从而避免了通过穷搜索寻找最佳和速率，大大简化了运算复杂度。最后，通过仿真比较自适应奇偶对称速率分裂方案、ETW 速率分裂方案、对称速率分裂方案和正交方案下的系统和速率在不同参数下的性能，得出在高信噪比和一般信噪比下，自适应奇偶对称速率分裂方案所得到的和速率均优于对称速率分裂方案和 ETW 速率分裂方案，并能够趋近于 HK 内界。

2 模型建立

N 用户循环高斯干扰信道模型如图 1 所示，其表达式为

$$\begin{cases} Y_1 = h_{1,1}X_1 + h_{2,1}X_2 + Z_1 \\ Y_2 = h_{2,2}X_2 + h_{3,2}X_3 + Z_2 \\ \vdots \\ Y_N = h_{N,N}X_N + h_{1,N}X_1 + Z_N \end{cases} \quad (1)$$

其中， $h_{n,m}$ 表示用户 n 的发射端到用户 m 的接收端的干扰系数， X_n 是用户 n 发送的信息，其功率满足 $E[X_n^2] \leq P_n$ ， Z_n 为高斯白噪声，且 $Z_n \sim N(0,1)$ 。这里讨论标准的 N 用户对称循环弱干扰信道，即 $|h_{n,m}| = h, n \neq m, 0 \leq h \leq 1, |h_{n,m}| = 1, n = m$ 及 $P_n = P, n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。

根据 HK 策略的思想，每一个用户通过分裂系数 λ_n ($0 \leq \lambda_n \leq 1$)，将发送信息 X_n 分为公有信息 w_n 和私有信息 u_n 两部分，其功率分别满足： $P_{w_n} = \lambda_n P$ 和 $P_{u_n} = \bar{\lambda}_n P$ ，其中， $\bar{\lambda}_n = 1 - \lambda_n$ 。本文将模运算应用于用户索引运算中，即 $n = [(n-1) \bmod N] + 1$ ，例

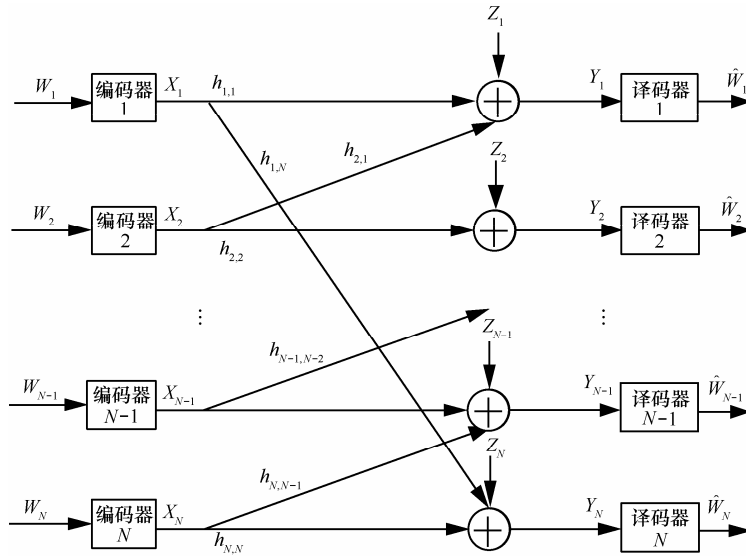


图 1 N 用户循环高斯干扰信道

如： $N+1=1, 1-1=N$ 。定义 $\gamma(x) = \text{lb}(1+x)$ 。

3 N 用户对称循环高斯干扰信道的速率分裂策略

如何设计每个用户的分裂系数 $\lambda_n, n \in \{1, 2, \dots, N\}$ ，最大化系统和速率是本文的研究重点。对于给定的 λ_n ，和速率可表示为

$$R = \sum_{n=1}^N (R_{n,u} + R_{n,w}) \quad (2)$$

其中， $R_{n,u}$ 代表用户 n 的私有信息速率， $R_{n,w}$ 代表用户 n 的公有信息速率。

接下来，将文献[5]中的 HK 策略推广到 N 用户对称循环高斯弱干扰信道中。

引理 1 根据文献[5]中的定理 4.1, 将和速率表达式推广到 N 用户对称循环高斯弱干扰信道，

$$R_{\text{HK}}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) = \sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{\lambda_n P}{1+h\lambda_{n+1}P}\right) + \min\left\{\sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{\bar{\lambda}_n P}{1+\lambda_n P+h\lambda_{n+1}P}\right), \sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{h\bar{\lambda}_n P}{1+\lambda_{n-1}P+h\lambda_n P}\right), \frac{1}{2}\sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{h\bar{\lambda}_n P+\bar{\lambda}_{n-1}P}{1+\lambda_{n-1}P+h\lambda_n P}\right)\right\} \quad (3)$$

其中， $\lambda_n, n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 为用户分裂系数， h 和 P 分别为给定的干扰系数和用户最大发射功率。因此，最大化 HK 和速率问题可以等价如下优化问题

$$R_{\text{sum}}(h, P) = \max_{0 \leq \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N \leq 1} R_{\text{HK}}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$$

证明 每个接收端采用与 HK 策略相同的译码顺序，即先联合译出公有信息，然后再译所需要的私有信息。通过调整公有和私有信息之间的比例，可找到和速率最大值。由于 N 用户对称循环干扰信道具有两用户干扰信道的干扰特性，因此，将 HK 的译码顺序应用于 N 用户对称循环高斯弱干扰信道的每个接收端中，则用户私有信息的和速率为^[5]

$$R_{\text{sum}_u} = \sum_{n=1}^N R_{n,u} = \sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{\lambda_n P}{1+h\lambda_{n+1}P}\right) \quad (4)$$

那么，用户公有信息的和速率为^[5]

$$R_{\text{sum}_w}^{(1)} = \sum_{n=1}^N R_{n,w} \leq \sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{\bar{\lambda}_n P}{1+\lambda_n P+h\lambda_{n+1}P}\right) \quad (5)$$

$$R_{\text{sum}_w}^{(2)} = \sum_{n=1}^N R_{n,w} \leq \sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{h\bar{\lambda}_n P}{1+\lambda_{n-1}P+h\lambda_n P}\right) \quad (6)$$

$$R_{\text{sum}_w}^{(3)} = \sum_{n=1}^N R_{n,w} \leq \frac{1}{2}\sum_{n=1}^N \gamma\left(\frac{h\bar{\lambda}_n P+\bar{\lambda}_{n-1}P}{1+\lambda_{n-1}P+h\lambda_n P}\right) \quad (7)$$

式(5)表示每个用户的公有信息速率受限于自身接收端的译码速率；式(6)表示每个用户的公有信息速率受限于该公有信息干扰目标接收端的译码速率；式(7)表示相邻两用户的公有信息和速率受限于接收端联合译码速率。

对于给定的干扰系数 h 和用户功率 P ，通过调整每个用户的分裂系数 λ_n ，可以得到和速率 $R_{\text{HK}}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ 最大值。证毕。

在总用户数量较大时，通过调整各用户的公有和私有信息之间的比例来确定最大和速率的复杂度较

高。因此，有必要研究各用户的分裂系数 λ_n 与信道参数之间的关系，从而计算出在不同的干扰系数、功率和总用户量下使得和速率最大的分裂系数 λ_n^* 。首先提出一种较为简单的分裂方案，即对称分裂方案。

3.1 对称分裂方案

当所有用户采用对称分裂方案时，即分裂系数 λ_n 满足 $\lambda_n = \lambda, n \in \{1, 2, \dots, N\}$ ，比较式(5)和式(6)很容易发现，式(6)比式(5)更紧致。因此 N 用户循环高斯对称弱干扰信道和速率可表示为

$$R_{\text{HK}}(h, P, \lambda) = N\gamma \left(\frac{\lambda P}{1 + h\lambda P} \right) + \min \left\{ N\gamma \left(\frac{h\bar{\lambda}P}{1 + \lambda P + h\lambda P} \right), \frac{N}{2} \gamma \left(\frac{\bar{\lambda}P + h\bar{\lambda}P}{1 + \lambda P + h\lambda P} \right) \right\} \quad (8)$$

根据文献[9]中的定理 1，将其推广到 N 用户循环对称弱干扰信道，系统最大和速率为

$$R_{\text{HK_sym}}(h, P) = \max_{0 \leq \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \lambda \leq 1} R_{\text{HK}}(h, P, \lambda) = \begin{cases} N\gamma \left(\frac{P}{1 + hP} \right), & P \leq \frac{1-h}{h^2} \\ N\gamma \left(\frac{(h^2P + h - 1)(1-h) + hP}{1 + h(h^2P + h - 1)} \right), & \frac{1-h}{h^2} < P \leq \frac{1-h^3}{h^3(h+1)} \\ \frac{N}{2} \gamma \left(\frac{1-h}{2h} \right) + \frac{N}{2} \gamma \left(\frac{(1+h)^2P - (1-h)}{2} \right), & P > \frac{1-h^3}{h^3(h+1)} \end{cases} \quad (9)$$

所对应的最优速率分裂系数为

$$\lambda^* = \begin{cases} 1, & P \leq \frac{1-h}{h^2} \\ \frac{h^2P + h - 1}{P}, & \frac{1-h}{h^2} < P \leq \frac{1-h^3}{h^3(h+1)} \\ \frac{1-h}{(1-h)hP}, & P > \frac{1-h^3}{h^3(h+1)} \end{cases}$$

根据文献[9]的结论，对称循环干扰信道采用对称分裂方案不一定能够使得和速率达到最大。因此，本文将提出一种计算复杂度低且逼近 HK 内界的自适应奇偶对称速率分裂方案。

3.2 自适应奇偶对称速率分裂方案

该方案主要针对不同的干扰系数、发射功率及总用户数量的奇偶性，分别设计所对应的奇偶对称速率分裂方案，即所有奇数用户或偶数用户分别采用对称分裂方案。

1) 当信道为极弱干扰信道时，采用一种特殊的

奇偶对称速率分裂方案，即所有用户的分裂系数都为 1（发送的信息都为私有信息）。

2) 当信道为非极弱干扰信道时，针对总用户数量为奇数和偶数情况，分别采用奇偶对称速率分裂方案。这 2 种情况的共同点为奇数用户采用的分裂系数为零，即奇数用户发送的都为公有信息。

定理 1 在 N 用户对称循环弱干扰信道中，根据表 1 中不同的信道条件，分别采用所对应的奇偶对称速率分裂方案及最优分裂系数，从而能够得到该方案下的最大和速率。

$$\text{在定理 1 中, } P^* \text{ 满足 } \text{lb} \left(\frac{(1 + P^*h)^2}{1 + P^* + P^*h} \right) = \begin{cases} \frac{N-1}{2} \text{lb} \left(\frac{1 + P^*}{1 + P^*h} \right); & \lambda_{\text{even}}^* \text{ 满足 } (1 + P + Ph)^2 = \\ \frac{(1 + Ph)^2(1 + \lambda_{\text{even}}^*P + Ph)^2}{(1 + \lambda_{\text{even}}^*Ph)(1 + \lambda_{\text{even}}^*P)}; & \lambda_{\text{odd}}^* \text{ 满足 } \text{lb} \left(\frac{1 + P + Ph}{(1 + Ph)^2} \right) = \\ \frac{N-1}{2} \text{lb} \left(\frac{(1 + Ph)^2(1 + \lambda_{\text{odd}}^*P + Ph)^2}{(1 + \lambda_{\text{odd}}^*Ph)(1 + \lambda_{\text{odd}}^*P)(1 + P + Ph)^2} \right). \end{cases}$$

证明

1) $P < \frac{1-h}{h^2}$

根据文献[12]，当 $P < \frac{1-h}{h^2}$ 时，每个接收端将干扰作为噪声处理使得 N 用户对称循环极弱干扰信道和速率能够达到容量限。因此，无论用户数 N 是奇数还是偶数其分裂系数都为 1，即每个用户发送的信息都为私有信息。根据式(8)，系统最大和速率为

$$R_{\text{HK_adapt_even}} = R_{\text{HK_adapt_odd}} = N\gamma \left(\frac{P}{1 + Ph} \right)$$

2) $P \geq \frac{1-h}{h^2}$

采用奇偶对称速率分裂方案，且设 $\lambda_n = 0$ ， n 为奇数。同样，比较式(5)和式(6)发现，式(6)要比式(5)紧致。因此， N 用户对称循环高斯弱干扰信道和速率可表示为

$$R_{\text{HK}}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) = \sum_{n=1}^N \gamma \left(\frac{\lambda_n P}{1 + h\lambda_{n+1} P} \right) + \min \left\{ \sum_{n=1}^N \gamma \left(\frac{h\bar{\lambda}_n P}{1 + \lambda_{n-1} P + h\lambda_n P} \right), \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \gamma \left(\frac{h\bar{\lambda}_n P + \bar{\lambda}_{n-1} P}{1 + \lambda_{n-1} P + h\lambda_n P} \right) \right\} \quad (10)$$

① $\frac{1-h}{h^2} \leq P \leq P^*$

表 1 自适应奇偶对称速率分裂方案

信道条件		分裂方案	最大和速率
干扰系数	总用户数 N 奇偶性		
$P < \frac{1-h}{h^2}$	N 为偶数或奇数	$\lambda_n = 1, n \in \{1, 2, \dots, N\}$	$R_{\text{HK_adapt_odd}} = R_{\text{HK_adapt_even}} = N\gamma\left(\frac{P}{1+Ph}\right)$
	N 为偶数	$\lambda_n = 0, n$ 为奇数; $\lambda_n = \lambda_{\text{even}}, n$ 为偶数; 当 $\lambda_{\text{even}} = \lambda_{\text{even}}^*$ 时, 总速率达到最大	$R_{\text{HK_adapt_even}} = \frac{N}{2}\gamma(\lambda_{\text{even}}^*P) + \min\left\{\frac{N}{2}\gamma\left(\frac{(1-\lambda_{\text{even}}^*)Ph}{1+\lambda_{\text{even}}^*Ph}\right) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{even}}^*P}\right), \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{even}}^*)Ph}{1+P\lambda_{\text{even}}^*h}\right) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{even}}^*)P}{1+P\lambda_{\text{even}}^*}\right)\right\}$
$\frac{1-h}{h^2} \leq P \leq P^*$	N 为奇数	$\lambda_n = 0, n$ 为奇数; $\lambda_n = \lambda_{\text{odd}}, n$ 为偶数; 当 $\lambda_{\text{odd}} = \lambda_{\text{odd}}^*$ 时, 总速率达到最大	$R_{\text{HK_adapt_odd}} = \frac{N-1}{2}\gamma(\lambda_{\text{odd}}^*P) + \min\{\gamma(Ph) + \frac{N-1}{2}\gamma\left(\frac{(1-\lambda_{\text{odd}}^*)Ph}{1+\lambda_{\text{odd}}^*Ph}\right) + \frac{N-1}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{odd}}^*P}\right), \frac{1}{2}\gamma(P+Ph) + \frac{N-1}{4}\gamma\left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{odd}}^*)Ph}{1+P\lambda_{\text{odd}}^*h}\right) + \frac{N-1}{4}\gamma\left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{odd}}^*)P}{1+P\lambda_{\text{odd}}^*}\right)\}$
	N 为偶数	$\lambda_n = 0, n$ 为奇数; $\lambda_n = \lambda_{\text{even}}, n$ 为偶数; 当 $\lambda_{\text{even}} = \lambda_{\text{even}}^*$ 时, 总速率达到最大	$R_{\text{HK_adapt_even}} = \frac{N}{2}\gamma(\lambda_{\text{even}}^*P) + \min\left\{\frac{N}{2}\gamma\left(\frac{(1-\lambda_{\text{even}}^*)Ph}{1+\lambda_{\text{even}}^*Ph}\right) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{even}}^*P}\right), \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{even}}^*)Ph}{1+P\lambda_{\text{even}}^*h}\right) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{even}}^*)P}{1+P\lambda_{\text{even}}^*}\right)\right\}$
$P^* \leq P$	N 为奇数	$\lambda_n = 0, n$ 为奇数; $\lambda_n = \lambda_{\text{odd}}, n$ 为偶数; 当 $\lambda_{\text{odd}} = 1$ 时, 总速率达到最大	$R_{\text{HK_adapt_odd}} = \frac{N-1}{2}\gamma(P) + \min\{\gamma(Ph) + \frac{N-1}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+P}\right), \frac{1}{2}\gamma(P+Ph) + \frac{N-1}{4}\gamma\left(\frac{P}{1+Ph}\right) + \frac{N-1}{4}\gamma\left(\frac{Ph}{1+P}\right)\}$
	N 为偶数	$\lambda_n = 0, n$ 为奇数; $\lambda_n = \lambda_{\text{even}}, n$ 为偶数; 当 $\lambda_{\text{even}} = 1$ 时, 总速率达到最大	$R_{\text{HK_adapt_even}} = \frac{N}{2}\gamma(P) + \min\{\gamma(Ph) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+P}\right), \frac{1}{2}\gamma(P+Ph) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{P}{1+Ph}\right) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{Ph}{1+P}\right)\}$

总用户数 N 为偶数。根据式(10)和相应的分裂方案, 即 $\lambda_n = 0, n$ 为奇数及 $\lambda_n = \lambda_{\text{even}}, n$ 为偶数, 系统和速率为

$$R_{\text{HK_adapt_even}} = \max_{0 \leq \lambda_{\text{even}} \leq 1} \min \left\{ \frac{N}{2}\gamma(\lambda_{\text{even}}P) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{(1-\lambda_{\text{even}})Ph}{1+\lambda_{\text{even}}Ph}\right) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{even}}P}\right), \frac{N}{2}\gamma(\lambda_{\text{even}}P) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{even}})Ph}{1+P\lambda_{\text{even}}h}\right) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{even}})P}{1+P\lambda_{\text{even}}}\right) \right\} \quad (11)$$

设

$$v_1(\lambda_{\text{even}}) = \frac{N}{2}\gamma(\lambda_{\text{even}}P) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{(1-\lambda_{\text{even}})Ph}{1+\lambda_{\text{even}}Ph}\right) + \frac{N}{2}\gamma\left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{even}}P}\right)$$

$$v_2(\lambda_{\text{even}}) = \frac{N}{2}\gamma(\lambda_{\text{even}}P) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{even}})Ph}{1+P\lambda_{\text{even}}h}\right) + \frac{N}{4}\gamma\left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{even}})P}{1+P\lambda_{\text{even}}}\right)$$

很容易得到 v_1 随着 λ_{even} 单调递减 $\left(\frac{dv_1}{d\lambda_{\text{even}}} < 0\right)$,

v_2 随着 λ_{even} 单调递增 $\left(\frac{dv_2}{d\lambda_{\text{even}}} > 0\right)$ 。当 $\lambda_{\text{even}} = 0$ 时, $v_1(0) > v_2(0)$; 当 $\lambda_{\text{even}} = 1$, $v_1(1) < v_2(1)$ 。因此在该范围内, 当 $\lambda_{\text{even}} = \lambda_{\text{even}}^*$, λ_{even}^* 满足 $(1+P+Ph)^2 = \frac{(1+Ph)^2(1+\lambda_{\text{even}}^*P+Ph)^2}{(1+\lambda_{\text{even}}^*Ph)(1+\lambda_{\text{even}}^*P)}$ 时, $v_1(\lambda_{\text{even}}^*) = v_2(\lambda_{\text{even}}^*)$,

$R_{\text{HK_adapt_even}}$ 取最大值。

总用户数 N 为奇数。根据式(10)和相应的分裂

方案，即 $\lambda_n = 0$ ， n 为奇数及 $\lambda_n = \lambda_{\text{odd}}$ ， n 为偶数，系统和速率为

$$R_{\text{HK_adapt_odd}} = \max_{0 \leq \lambda_{\text{odd}} \leq 1} \left\{ \frac{N-1}{2} \gamma(\lambda_{\text{odd}} P) + \min \left\{ \gamma(Ph) + \frac{N-1}{2} \gamma \left(\frac{(1-\lambda_{\text{odd}})Ph}{1+\lambda_{\text{odd}}Ph} \right) + \frac{N-1}{2} \gamma \left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{odd}}P} \right), \frac{1}{2} \gamma(P+Ph) + \frac{N-1}{4} \gamma \left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{odd}})Ph}{1+P\lambda_{\text{odd}}h} \right) + \frac{N-1}{4} \gamma \left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{odd}})P}{1+P\lambda_{\text{odd}}} \right) \right\} \right\} \quad (12)$$

设

$$v_1(a, h, P) = \frac{N-1}{2} \gamma(\lambda_{\text{odd}} P) + \gamma(Ph) + \frac{N-1}{2} \gamma \left(\frac{(1-\lambda_{\text{odd}})Ph}{1+\lambda_{\text{odd}}Ph} \right) + \frac{N-1}{2} \gamma \left(\frac{Ph}{1+\lambda_{\text{odd}}P} \right)$$

$$v_2(a, h, P) = \frac{N-1}{2} \gamma(\lambda_{\text{odd}} P) + \frac{1}{2} \gamma(P+Ph) + \frac{N-1}{4} \gamma \left(\frac{P+(1-\lambda_{\text{odd}})Ph}{1+P\lambda_{\text{odd}}h} \right) + \frac{N-1}{4} \gamma \left(\frac{Ph+(1-\lambda_{\text{odd}})P}{1+P\lambda_{\text{odd}}} \right)$$

同上， v_1 随着 λ_{odd} 单调递减 $\left(\frac{dv_1}{d\lambda_{\text{odd}}} < 0 \right)$ ， v_2 随着 λ_{odd} 单调递增 $\left(\frac{dv_2}{d\lambda_{\text{odd}}} > 0 \right)$ 。当 $\lambda_{\text{odd}} = 0$ 时， $v_1(0) > v_2(0)$ ；当 $\lambda_{\text{odd}} = 1$ ，且 $\frac{1-h}{h^2} \leq P \leq P^*$ 时， $v_1(1) \leq v_2(1)$ 。其中， P^* 满足

$$\text{lb} \left(\frac{(1+P^*h)^2}{1+P^*+P^*h} \right) = \frac{N-1}{2} \text{lb} \left(\frac{1+P^*}{1+P^*h} \right)$$

因此，在该范围内，当 $\lambda_{\text{odd}} = \lambda_{\text{odd}}^*$ ， λ_{odd}^* 满足 $\frac{N-1}{2} \text{lb} \left(\frac{(1+Ph)^2(1+\lambda_{\text{odd}}^*P+Ph)^2}{(1+\lambda_{\text{odd}}^*Ph)(1+\lambda_{\text{odd}}^*P)(1+P+Ph)^2} \right) = \text{lb} \left(\frac{1+P+Ph}{(1+Ph)^2} \right)$ 时， $R_{\text{HK_adapt_odd}}$ 取最大值。

② $P > P^*$

总用户数 N 为偶数，同①的偶数情况。

总用户数 N 为奇数， v_1 随着 λ_{odd} 单调递减 $\left(\frac{dv_1}{d\lambda_{\text{odd}}} < 0 \right)$ ， v_2 随着 λ_{odd} 单调递增 $\left(\frac{dv_2}{d\lambda_{\text{odd}}} > 0 \right)$ 。当 $\lambda_{\text{odd}} = 0$ 时， $v_1(0) > v_2(0)$ ；当 $\lambda_{\text{odd}} = 1$ ，且 $P > P^*$ 时， $v_1(1) > v_2(1)$ 。因此在该范围内，当 $\lambda_{\text{odd}} = 1$ 时，

$R_{\text{HK_adapt_odd}}$ 取最大值。证毕。

对比 HK 方案与自适应奇偶对称速率分裂方案，在寻找 N 用户循环弱干扰对称信道最佳和速率的复杂度发现：通过遍历每个用户的分裂系数来寻找最大和速率的 HK 方案，其复杂度为 $O((ks)^N)$ ，其中， k 表示每个用户采用的分裂系数数量， s 表示每个用户每采用一个分裂系数的计算量；自适应奇偶对称速率分裂方案通过查询表 1，针对不同的情况直接计算出相应的最大和速率，所以其复杂度为常数级 $O(1)$ 。因此，在用户数量 N 较大时，自适应奇偶对称速率分裂方案的复杂度明显小于 HK 方案。接下来，通过数值仿真说明，利用自适应奇偶对称速率分裂下的最大可达和速率能够逼近 HK 方案下的最大可达和速率。

4 数值仿真

根据文献[10]定理 1 和定理 2，可以获得 N 用户循环弱干扰对称信道下的一个次优分裂策略的和速率 $R_{\text{HK_ETW}}$ 及一个系统和速率外界 R_{out} 。由于 $\sigma^2 = 1$ ，则 $P = \text{SNR}$ 。

$$R_{\text{HK_ETW}} = \frac{N}{2} \min \left\{ \gamma \left(\frac{1}{2h} \right) + \gamma \left(\frac{\text{SNR}(1+h)-1}{2} \right), 2\gamma \left(\frac{1-h+h^2\text{SNR}}{2h} \right) \right\} \quad (13)$$

$$R_{\text{out}} = \min \left\{ N\gamma \left(\text{INR} + \frac{\text{SNR}}{1+\text{INR}} \right), \frac{N}{2} \gamma(\text{SNR}) + \frac{N}{2} \gamma \left(\frac{\text{SNR}}{1+\text{INR}} \right) \right\} \quad (14)$$

当采用正交频分/时分方法，其系统和速率为

$$R_{\text{orth}} = \frac{N}{2} \gamma(2\text{SNR}) \quad (15)$$

接下来，将这几种传输方案与自适应分裂方案在高信噪比和一般信噪比下利用数值仿真进行分析比较。

4.1 高信噪比

为了更好地分析各种传输方案在高信噪比下的性能，并且能够通过数值仿真结果进行比较，采用当 SNR 趋于无穷大时的一种差值函数

$$\Delta R = \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty}^d \left(R - \frac{N}{2} \text{lb}(\text{SNR}) \right) \quad (16)$$

根据式(9)、式(13)、式(15)及表 1，各种分裂方

案高信噪比下的差值函数如下。

1) 对称分裂方案

$$\Delta R_{HK_sym}(h) = \frac{N}{2} \text{lb} \left(\frac{(1+h)^3}{4h} \right) \quad (17)$$

2) ETW 方案

$$\Delta R_{HK_ETW}(h) = \frac{N}{2} \text{lb} \left(\frac{(2h+1)(h+1)}{4h} \right) \quad (18)$$

3) 正交传输方案

$$\Delta R_{orth}(h) = \frac{N}{2} \quad (19)$$

4) 自适应分裂方案

N 为奇数时,

$$\Delta R_{HK_adapt_odd}(h) = \frac{N-1}{2} \text{lb} \left(\frac{1+h}{\sqrt{h}} \right) + \frac{1}{2} \text{lb}(1+h) \quad (20)$$

N 为偶数时,

$$\Delta R_{HK_adapt_even}(h) = \frac{N}{2} \text{lb} \left(\frac{1+h}{\sqrt{h}} \right) \quad (21)$$

在高信噪比下, 分别在 4 用户、3 用户及 27 用户的高斯循环对称弱干扰信道下将对称分裂方案、ETW 速率分裂方案、正交传输方案及自适应分裂方案进行数值仿真。如图 2 所示, 总用户数 N 为偶数, 当 $h \leq 0.087$ 时, $R_{HK_sym} \geq R_{HK_adapt}$; 当 $h > 0.087$ 时, $R_{HK_sym} < R_{HK_adapt}$ 。如图 3 所示, 总用户数 N 为奇数 ($N=3$), 当 $h > h^* = 0.236$ 时, $R_{HK_sym} < R_{HK_adapt}$ 。随着用户数增多 ($N=27$), h^* 逐渐变小且趋近 0.087。因此, 标准高斯循环对称干扰信道下, 总用户数为偶数或为奇数且用户数量较大时, 当干扰系数满足 $h > 0.087$, 则自适应分裂方案在高信噪比下性能优于其他几种传输方案。

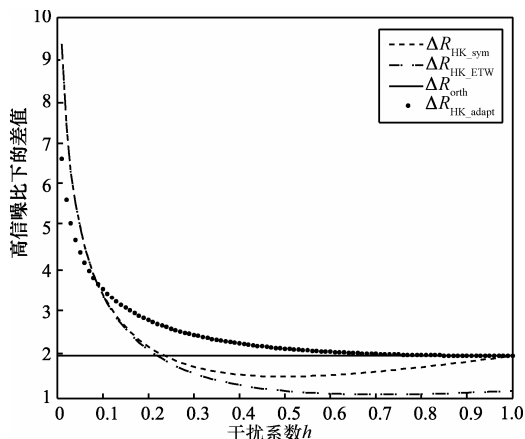
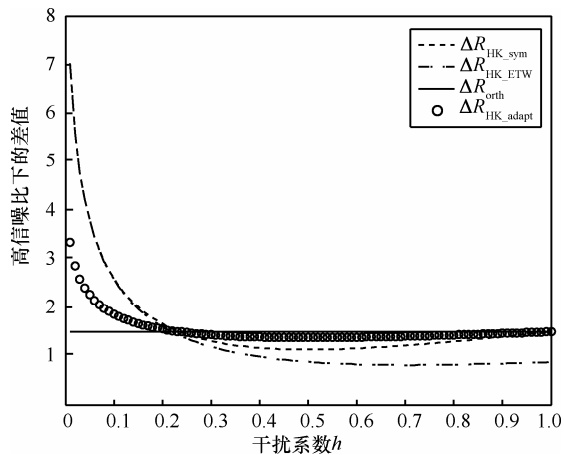
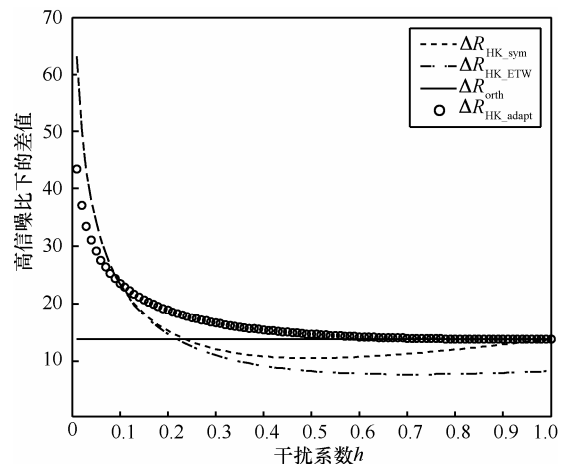


图 2 高信噪比下, 当用户数量 N 为偶数 ($N=4$), 各分裂方案差值函数



(a) 3 用户循环弱干扰信道



(b) 27 用户循环弱干扰信道

图 3 高信噪比下, 当用户数量 N 为奇数 ($N=3, N=27$) 时, 各分裂方案的差值函数

4.2 一般信噪比

本文将 HK 方案、对称速率分裂方案、ETW 速率分裂方案、自适应奇偶对称速率分裂方案在一般信噪比下通过仿真进行比较。各种方案所对应的和速率分别为: R_{HK} 、 R_{HK_sym} 、 R_{HK_ETW} 、 R_{HK_adapt} 。其中, R_{HK} 是通过遍历各用户中的私有与公有信息比例, 寻找最大和速率而得出的; R_{HK_sym} 、 R_{HK_ETW} 、 R_{out} 及 R_{HK_adapt} 分别由式(9)、式(13)、式(14)及定理 1 计算得出。仿真环境为 3 用户和 4 用户对称循环高斯弱干扰信道, 且每个接收端的信噪比固定为 $SNR = 100 \text{ dB}$ 。

如图 4 所示, 总用户数量为偶数时 ($N=4$), 自适应奇偶对称速率分裂方案的和速率曲线与 HK 和速率内界重合, 且明显大于对称分裂方案和 ETW 方案的和速率。如图 5 所示, 总用户数量为奇数 ($N=3$), 且当 $h > h^* = 0.236$ 时, 自适应奇偶对称

速率分裂方案的和速率要大于对称分裂方案和 ETW 方案的和速率,并随着干扰系数 h 的增大而逼近 HK 的和速率内界。因此,一般信噪比下的标准对称循环高斯弱干扰信道,当总用户数为偶数时,采用自适应奇偶对称速率分裂方案能够以较低的计算复杂度达到 HK 和速率内界;当总用户数为奇数时,随着干扰系数 h 的增大,采用该方案得到的和速率能够逐渐逼近 HK 和速率内界。

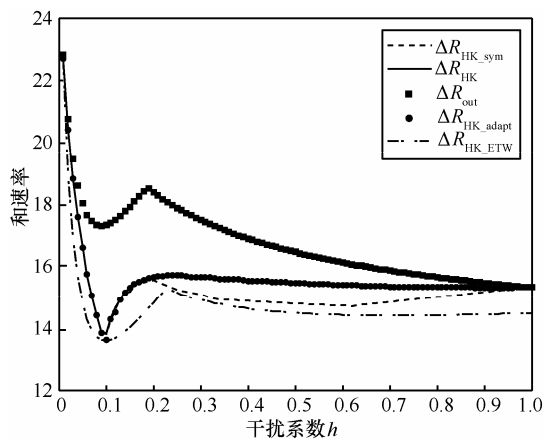


图4 4用户对称循环高斯干扰信道各分裂策略和速率

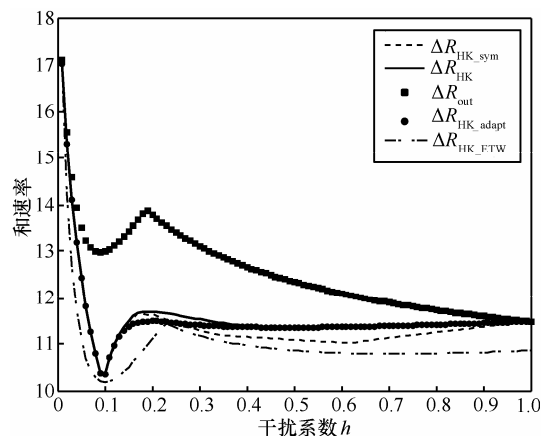


图5 3用户对称循环高斯弱干扰信道各分裂策略和速率

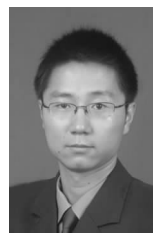
5 结束语

本文通过分析 HK 分裂方案在 N 用户对称循环高斯干扰信道中的应用,提出了一种自适应奇偶对称速率分裂方案。该方案根据对称循环高斯弱干扰信道中参数的不同,采用相应的分裂方案及最优分裂系数。最后,仿真结果表明,在高信噪比和一般信噪比下,自适应奇偶对称速率分裂方案所得到的和速率均要优于对称速率分裂方案和 ETW 速率分裂方案,并能够趋近 HK 内界。

参考文献:

- [1] AVESTIMEHR A S, EL GAMAL H, JAFAR S A, *et al.* Introduction to the special issue on interference networks[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2011, 57(5):2545-2547.
- [2] CARLEIAL A. A case where interference does not reduce capacity[J]. IEEE Trans Inf Theory, 1975, 21(5):569-570.
- [3] COSTA M, GAMAL A E. The capacity region of the discrete memoryless interference channel with strong interference[J]. IEEE Trans Inf Theory, 1987, 33(5):710-711.
- [4] SATO H. The capacity of the Gaussian interference channel under strong interference[J]. IEEE Trans Inf Theory, 1981, 27(6):786-788.
- [5] HAN T, KOBAYASHI K. A new achievable rate region for the interference channel[J]. IEEE Trans Inf Theory, 1981, 27(1):49-60.
- [6] MOTAHARI A S, KHANDANI A K. Capacity bounds for the Gaussian interference channel[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2009, 55(2):620-643.
- [7] SHANG X H, KRAMER G, CHEN B. A new outer bound and the noisy-interference sum-rate capacity for Gaussian interference channels[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2009, 55(2):689-699.
- [8] ETKIN R, TSE D N C, WANG H. Gaussian interference channel capacity to within one bit[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2008, 54(12):5534-5562.
- [9] MEHANNA O, MARCOS J, JINDAL N. On achievable rates of the two-user symmetric Gaussian interference channel[A]. Communication, Control, and Computing (Allerton), 2010 48th Annual Allerton Conference[C]. 2010. 1273-1279.
- [10] ZHOU L, YU W. On the capacity of the K -user cyclic Gaussian interference channel[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2013, 59(1):154-165.
- [11] ZHOU L, YU W. On the capacity of the K -user cyclic Gaussian interference channel[A]. Proc of IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)[C]. 2011. 1171-1175.
- [12] CHAABAN A, SEZGIN A. On the capacity of a class of multi-user interference channels[A]. Smart Antennas (WSA), 2011 International ITG Workshop[C]. 2011. 1-5.

作者简介:



张博(1982-),男,陕西西安人,西安电子科技大学博士生,主要研究方向为干扰信道容量及传输策略。

李勇(1974-),男,辽宁大连人,山西大同大学副教授,主要研究方向为信息论和干扰信道容量。

白宝明(1966-),男,山西大同人,西安电子科技大学教授、博士生导师,主要研究方向为信息与编码理论、编码调制技术、无线通信和量子通信。

马啸(1966-),男,河南焦作人,中山大学教授、博士生导师,主要研究方向为信息论、编码论、无线通信系统及数字存储中的编码技术。